

Завдання II туру

VII обласної Інтернет-олімпіади з математики

2014-2015 н.р.

10 клас

1. Житловий квартал забудований дев'яти - та дванадцятиповерховими будинками, причому перших більше ніж других. Якщо число дванадцятиповерхових будинків збільшити в 2 рази, то загальна кількість будинків буде більше за 24, а якщо збільшити в 2 рази кількість дев'ятиповерхових, то загальна кількість стане менше за 27. Скільки яких було побудовано будинків?
2. Знайти всі записи числа 1 в вигляді суми $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$, де x, y, z - натуральні числа.
3. Розв'яжіть рівняння: $[x]\{x\} + x = 2\{x\} + 10$.
4. В кут, градусна міра якого 60° , вписано три кола так, що кожне наступне, починаючи з другого, дотикається до попереднього. Знайдіть відношення суми площ усіх трьох кругів до площі найменшого з них.
5. Знайти всі функції $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, що задовольняють рівняння $f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2-x^2}{x}$.