

Завдання I туру

VII Інтернет-олімпіади з математики

2014-2015 н.р.

8 клас

1. Мама дала Петрику грошей на 30 олівців. Виявилось, що в магазині проходила рекламна акція: в обмін на товарний чек про купівлю набору з 20 олівців магазин повертає 25% вартості набору, а в обмін на товарний чек про купівлю набору з 5 олівців – 10%. Яку найбільшу кількість олівців може принести додому Петрик?
2. Обчисліть $\text{НСД}(2013^{2014} + 256^{2013}; 2013^{2015})$.
3. Знайти два прості двозначні числа, що складаються з одних і тих самих цифр, якщо різниця між цими числами дорівнює повному квадрату.
4. Доведіть, що серед будь-яких 100 цілих чисел можна вказати 15 чисел таких, що різниця будь-яких двох із них ділиться на 7 без остачі. Чи можна знайти 16 чисел, які задовольняли б ту саму умову?
5. Чи має розвязки в цілих числах рівняння $x^3 + x + 10y = 2014$?
6. Порівняйте $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{2014}{2015!}$ і 1. ($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$)
7. На деякому острові живе 2014 жителів, кожний з яких або лицар (завжди говорить правду), або брехун (завжди каже неправду). Одного разу всі жителі острова розбилися на пари, і кожен про свого напарника сказав один вислів: «він лицар» або «він брехун». Чи могло виявитись так, що і тих, і інших висловів виявилось порівну?
8. За правилами гри, у трійці довільних чисел, замінюються кожне число сумою двох інших. Наприклад $\{6; 10; 15\} \rightarrow \{25; 21; 16\}$. Перемагає той у кого першим з'явиться число 2014. Андрій розпочинає із трійки $\{3; 4; 5\}$. Чи має він шанс виграти ? Відповідь поясніть.