

Завдання I туру

VII Інтернет-олімпіади з математики

2014-2015 н.р.

10 клас

1. x_1 є меншим із коренів рівняння $x^2 + x - 1 = 0$.

Знайдіть значення виразу : $x_1^5 - 5x_1$.

2. Розв'яжіть систему рівнянь:
$$\begin{cases} |x-1| + |y-2| = 1, \\ |x-1| + y = 2. \end{cases}$$

3. Доведіть, $76^{2014} + 12^{2014}$ ділиться на 37, без остачі.

4. Знайти усі трійки цілих чисел (x, y, z) , для яких
$$\begin{cases} x + 3y + xz = 7 \\ x + 2y - yz = 1 \end{cases}$$

5. Знайти дійсні значення параметра a , при яких нерівність $x^2 - |a-1|x + a + 1 > 0$ справедлива для всіх тих значень x , які задовольняють нерівність $|x| < 1$.

6. Знайти $x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2}$, якщо $xy + \sqrt{(1+x^2)(1+y^2)} = a$.

7. Прямі, на яких лежать дві бісектриси внутрішніх кутів трикутника, утворюють кут 45° , а прямі, на яких лежать дві його медіани, утворюють кут 90° . Знайти внутрішні кути трикутника.

8. Два хлопчики грають у гру. Перший викреслює серед натуральних чисел два послідовних (менше з них непарне) сума яких є квадратом цілого числа, другий викреслює таку ж пару чисел для яких ця ж сума є кубом цілого числа. Хто з них викреслить більшу кількість пар чисел?